

## แบบฝึกหัดทบทวน เรื่อง สมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นแบบแยกกันได้

1. จงแก้สมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้โดยวิธีแยกตัวแปร

(a)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$

(b)  $\frac{dy}{dx} = 4(1 + y^2)x$

(c)  $\frac{\sqrt{1+x^2} dy}{1+y} = -x dx$

(d)  $(1+x)^4 \frac{dy}{dx} = \frac{x^3}{y}$

(e)  $(2 + 2y^2)y' = e^{xy}$

(f)  $y' = -x^2y$

(g)  $e^{-y} \sin x - y' \cos^2 x = 0$

(h)  $y' - (1+x)(1+y^2) = 0$

(i)  $\frac{dy}{dx} - \frac{y^2 - y}{\sin x} = 0$

(j)  $y - \frac{dy}{dx} \csc x = 0$

2. จงแก้ปัญหาค่าเริ่มต้นต่อไปนี้

(a)  $y' = \frac{3x^2}{2y + \cos y}; y(0) = \pi$

(b)  $y' - xe^y = 2e^y; y(0) = 0$

(c)  $\frac{dy}{dt} = \frac{2t+1}{2y-2}; y(0) = 1$

3. จงหาเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ในระนาบสองมิติที่มีสมบัติว่า  $y' = y/2x$  ซึ่งผ่านจุด  $(3, 1)$

4. พลุโตเนียม 210 เป็นสารกัมมันตรังสีซึ่งมีครึ่งชีวิต 140 วัน สมมติว่าในบรรจุภัณฑ์ตะกั่วอันหนึ่ง บรรจุพลูโตเนียม 20 มิลลิกรัม และให้  $y(t)$  คือปริมาณของพลูโตเนียม (มิลลิกรัม) เมื่อเวลาผ่านไป  $t$  วัน สมมติว่าแบบจำลองที่ใช้อธิบายครึ่งชีวิตคือ  $\frac{dy}{dt} = ky$

(a) จงหาสูตร  $y(t)$

(b) เมื่อเวลาผ่านไป 10 สัปดาห์ มีพลูโตเนียมหลงเหลือในปริมาณเท่าใด

(c) ต้องใช้เวลาผ่านไปกี่วัน พลุโตเนียมจะเหลือปริมาณ 70% ของปริมาณเริ่มต้น

5. น้ำแก้วหนึ่งซึ่งมีอุณหภูมิ 95 องศาเซลเซียส วางอยู่ในห้องที่มีอุณหภูมิ 21 องศาเซลเซียส

(a) หากปรากฏการณ์นี้สอดคล้องตามกฎการเย็นตัวของนิวตัน จงหาว่า ณ เวลา  $t$  น้ำมีอุณหภูมิเท่าใด

(b) จะต้องใช้เวลานานกี่นาทีที่น้ำจะมีอุณหภูมิ 51 องศาเซลเซียส ถ้าเวลาผ่านไป 1 นาที น้ำมีอุณหภูมิ 85 องศาเซลเซียส