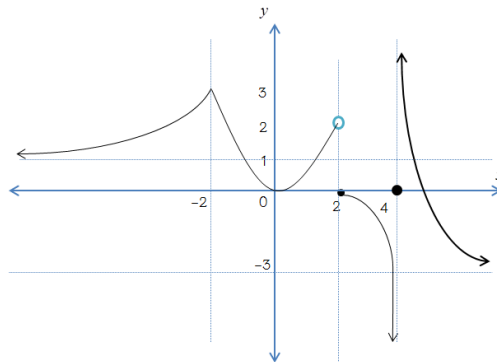


แบบฝึกหัดสำหรับห้องทำแบบฝึกหัด วิชา 206111 สัปดาห์ที่ 5

วันที่ 19 - 23 กุมภาพันธ์ 2561 (สัปดาห์ก่อนสอบกลางภาค)

- (☆☆☆) จงพิสูจน์สูตรที่กำหนด $\frac{d}{dx}(\sin^{-1}(3x)) = \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$
- (☆☆☆) จงหาอนุพันธ์อันดับสามของ $y = 3^x + \ln(3^e) + \cos^3\left(\frac{\pi}{3}\right) + x^{-3} + \tan^{-1}(e^3)$
- (☆) จงทำการประมาณค่าต่อไปนี้โดยใช้การประมาณเชิงเส้นเฉพาะที่

(a) $\sqrt{24}$ (b) $\cos(31^\circ)$ (c) $(1.0001)^{20}$ (d) $e^{-0.999}$
- (☆☆☆) ให้ $y = x \sin 2x$ ถ้า $dy = (g(x) + 2x \cos 2x)dx$ จงหา $g(\pi)$
- (☆☆☆) จงประมาณค่า $\sqrt[3]{27.3}$ โดยใช้การประมาณเชิงเส้นเฉพาะที่
- (☆☆) ลูกบาศก์ลูกหนึ่งวัดความยาวด้านได้ 25 เซนติเมตร โดยมีความคลาดเคลื่อนจากการวัดเป็น ± 1 เซนติเมตร จงหาว่า การวัดปริมาตรมีความคลาดเคลื่อนเท่าไร
- (☆☆) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีความยาวด้านของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับ 10 หน่วย (เมื่อสมมติว่าการวัดด้านนี้ถูกต้อง ไม่มีความคลาดเคลื่อน) สมมติว่ามุมแหลมมุมหนึ่งวัดได้ 30° โดยมีความคลาดเคลื่อนจากการวัดมุมเป็น $\pm 0.5^\circ$ จงหาว่าความยาวของด้านตรงข้ามมุม และด้านประกอบมุมฉากมีความคลาดเคลื่อนเท่าไร
- (☆☆☆) นาฬิกาไม้รูปวงกลมสร้างจากไม้ที่มีรัศมี 12 นิ้ว จงประมาณค่าผิดพลาดสูงสุดของพื้นที่ของนาฬิกาไม้นี้ ถ้าค่าผิดพลาดที่เกิดจากการวัดรัศมีคือ $\pm \frac{1}{8}$ นิ้ว
- (☆☆☆) จากกราฟของฟังก์ชัน f ที่กำหนดให้ จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้ ถ้าลิมิตหาค่าได้ในกรณีที่มีลิมิตเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ ให้ระบุด้วย



- | | |
|---|---|
| (a) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$ _____ | (e) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) =$ _____ |
| (b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$ _____ | (f) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) =$ _____ |
| (c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$ _____ | (g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ _____ |
| (d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$ _____ | (h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ _____ |

10. (★) จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้ ถ้าลิมิตหาค่าได้ ในกรณีที่ลิมิตเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ ให้ระบุด้วย

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + 2x - 3x^5)$

(d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 3} - x$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 4x}{2x^2 + 3}$

(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^4 + x}}{x^2 - 8}$

(f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{2}{x^2}\right)$

11. (★★) กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -5$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$ จงหาลิมิตต่อไปนี้ หากมีค่า

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + 3g(x)]$

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3h(x) + 4}{x^2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)g(x)]$

12. (★★★) จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้ ถ้าลิมิตหาค่าได้ ในกรณีที่ลิมิตเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ ให้ระบุด้วย

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - 5x^5)$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3}{\sqrt{9x^6 + x}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - e}{\ln x}$

13. (★★) จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้ (ข้อสังเกต : ใช้กฎโลปีตาลอาจช่วยได้)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{-3/x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x^2}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\cos 3x}{x^2} \right)$

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{\pi}{x}$

14. (★★★) ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่ง $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x) = 4$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} g'(x) = 2$ จงหาลิมิต

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{111}{g(x)} = \underline{\hspace{2cm}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{f(x)} = \underline{\hspace{2cm}}$

15. (★★★) จงระบุว่าลิมิตต่อไปนี้อยู่ในรูปแบบยังไม่กำหนดชนิดใด และแสดงวิธีหาค่าลิมิต

(a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\tan x - \sec x)$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + 1 \right)^{2x}$

16. (★★) สำหรับแต่ละฟังก์ชันที่กำหนดให้ จงหา (1) จุดวิกฤติ (2) ช่วงที่เป็นฟังก์ชันเพิ่ม / ลด (3) ค่า x ที่ทำให้เกิดจุดเปลี่ยนเว้า (4) ช่วงที่ฟังก์ชันเว้าขึ้น / ลง (5) ค่าสูงสุด / ต่ำสุดสัมพัทธ์

(a) $f(x) = 5 - 4x - x^2$

(b) $f(x) = x^4 - 5x^3 + 9x^2$

(c) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 2}$

(d) $f(x) = \frac{x - 2}{(x^2 - x - 1)^2}$

(e) $f(x) = x^{4/3} - x^{1/3}$

17. (☆☆☆) อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและอันดับที่สองของฟังก์ชัน f คือ

$$f'(x) = x^2(x - 1)(x + 1) \text{ และ } f''(x) = 2x(\sqrt{2}x - 1)(\sqrt{2}x + 1).$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (a) จุดวิกฤติทั้งหมดของ f คือ
- (b) บนช่วงใดที่ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม/ลด
- (c) บนช่วงใดที่ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันเว้าขึ้น/ลง
- (d) จงหาค่า x ที่ทำให้ f มีค่าสูงสุด/ต่ำสุดสัมพัทธ์
- (e) จงหาค่า x ที่ทำให้เกิดจุดเปลี่ยนเว้าของ f (ถ้ามี)
- (f) จงหาค่า x ที่ทำให้เกิดค่าสูงสุดสัมบูรณ์ f บนช่วง $[1, 3]$

18. (☆☆☆) จงวาดกราฟของ $y = f(x)$ จากข้อมูลต่อไปนี้

- (a) $f(0) = 1, f(2) = -1$
- (b) โดเมนของ $f: (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
- (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
- (d) $x = 1$ เป็นเส้นกำกับแนวตั้งของกราฟ
- (e) f ไม่มีจุดวิกฤติ
- (f) กราฟของ f เว้าขึ้นทุกที่บนโดเมน

19. (☆☆) จงหาค่าสูงสุดและต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ บนช่วงที่กำหนดให้

- (a) $f(x) = x^2 - x - 2$ บนช่วง $(-\infty, +\infty)$
- (b) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$ บนช่วง $(-5, -1)$
- (c) $f(x) = \frac{x - 2}{x + 1}$ บนช่วง $(-1, 5]$

20. (☆☆) สมรต้องการล้อมรั้วรอบสนามหญ้าให้เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยเขาต้องการล้อมรั้วเพียง 3 ด้าน (เนื่องจากอีกด้านอยู่ติดกับแม่น้ำ) จงหาความกว้างและความยาวของสนามที่ล้อมรั้วได้ที่ทำให้เกิดพื้นที่มากที่สุด เมื่อสมมติว่าเขาล้อมรั้ว 1,000 ฟุต

21. (☆☆) จงแสดงว่า ในบรรดาสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งหลายที่มีพื้นที่ A นั้น สี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีความยาวเส้นรอบรูปน้อยที่สุด

22. (☆☆☆) จงแสดงวิธีในการหาขนาดของกล่อง (มีฝาด้านบนและล่าง) ฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีปริมาตร 8 ลูกบาศก์เซนติเมตร และมีพื้นที่ผิวน้อยที่สุด

ดูคลิปเฉลยแบบฝึกหัดข้อสามดาว (☆☆☆) ได้ที่ Youtube ใน Channel: Calculus206111

หลังจากสัปดาห์ห้องทำแบบฝึกหัด